



MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (MAS)

Física 2.º Bach

Rodrigo Alcaraz de la Osa



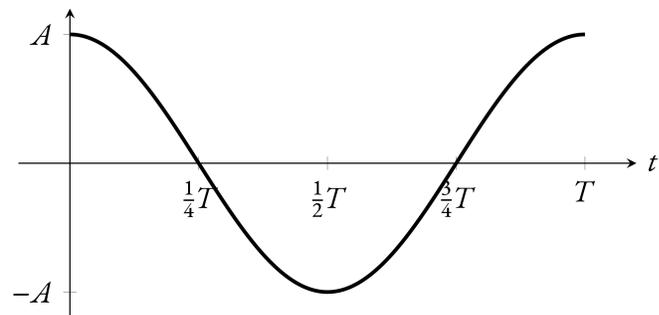
El **movimiento armónico simple** (MAS) es un tipo especial de **movimiento periódico** en el que la **fuerza restauradora** (elástica) sobre el objeto en movimiento es **directamente proporcional** a la magnitud del **desplazamiento** del objeto y actúa hacia su posición de equilibrio. El resultado es una **oscilación** que continúa indefinidamente salvo que sea inhibida por fricción o cualquier otra disipación de energía. Puede considerarse la **proyección unidimensional** del **movimiento circular uniforme** (MCU). **EJEMPLOS:** masa unida a un muelle, péndulo simple o el *yugo escocés*.

Magnitudes

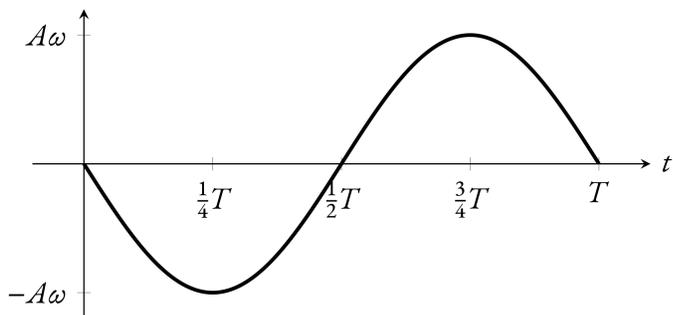
- Amplitud, A** Máxima elongación (desplazamiento máx. de la posición de equilibrio). [m]
- Periodo, T** Tiempo empleado en completar una oscilación completa. [s]
- Frecuencia, f** Número de oscilaciones por unidad de tiempo: $f = 1/T$. [Hz]
- Frecuencia angular $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$.** [rad/s]
- Fase inicial** Indica el estado de oscilación/vibración inicial. Se denota por φ_0 . [rad]

Ecuaciones

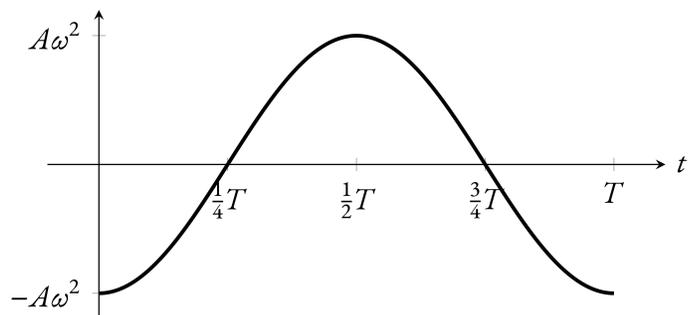
POSICIÓN: $x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$
fase φ



VELOCIDAD: $v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0) = \omega\sqrt{A^2 - x^2(t)}$



ACELERACIÓN: $a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x(t)$



Dinámica del MAS

Ley de Hooke

Aplicando la 2ª LEY DE NEWTON a una masa m unida a un extremo de un muelle (resorte) de constante elástica k (obviamos el carácter vectorial al ocurrir todo en una única dimensión):

$$\begin{aligned} F &= ma \\ -kx &= ma \\ -kx &= -m\omega^2 x \end{aligned}$$

de donde

$$k = m\omega^2$$

La frecuencia angular, ω , puede calcularse por tanto como:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

El periodo, T , o la frecuencia, f , con la que oscila una masa m unida a un extremo de un resorte de constante elástica k pueden por tanto escribirse como:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Péndulo simple

Consiste en una masa suspendida de un pivote de forma que puede oscilar libremente. En este caso, la **COMPONENTE TANGENCIAL** del **PESO** actúa como **FUERZA RECUPERADORA**, acelerando la masa hacia su posición de equilibrio, provocando la oscilación alrededor de ella:

$$\begin{aligned} -mg \sin \theta &= ma \\ -g \sin \theta &= -\omega^2 x \\ -g \sin \theta &= -\omega^2 l\theta \end{aligned}$$

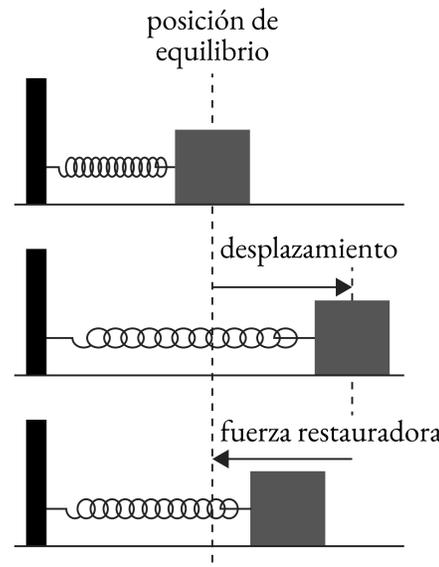
- En la **APROXIMACIÓN** para **ÁNGULOS PEQUEÑOS**, $\sin \theta \approx \theta$, por lo que el movimiento se aproxima por un **MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE** de frecuencia angular:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

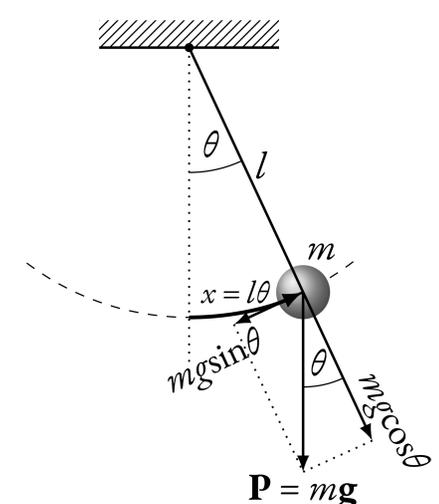
- El tiempo que tarda la masa en completar una oscilación completa es el **PERIODO**, que únicamente depende de la longitud del péndulo y de la aceleración de la gravedad, a través de la expresión:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

- Fuera de la aproximación para ángulos pequeños, el periodo de un péndulo también depende ligeramente de la amplitud de la oscilación.



Traducida y adaptada de <https://www.chegg.com/learn/physics/introduction-to-physics/harmonic-motion>.



Adaptada de <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:PendulumForces.svg>.

Energía del MAS

Energía potencial elástica

Como la **FUERZA ELÁSTICA** es **CONSERVATIVA**, definimos la energía potencial asociada:

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2, \quad \text{donde } k = m\omega^2$$

Sustituyendo la expresión de la posición, $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$:

$$E_p = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0)$$

Energía cinética

La energía cinética viene dada por la expresión:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$$

Sustituyendo la expresión de la velocidad, $v = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)$:

$$E_c = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0)$$

Energía mecánica

En ausencia de rozamiento y otras pérdidas de energía, la energía mecánica total es constante:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2) + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

